

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

**COMPARAÇÃO DO EFEITO DA AMOSTRAGEM NO CÁLCULO DA
ENVOLTÓRIA DE MINÉRIO EM UM DEPÓSITO SINTÉTICO DE COBRE**

Thomás Gervásio Coelho

Orientador: Prof. Marcelo Monteiro da Rocha

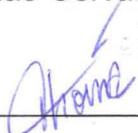
MONOGRAFIA DE TRABALHO DE FORMATURA
(TF-2016 / 45)

TF
C672
TG.c

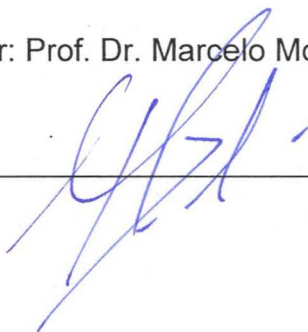
São Paulo
2016

**COMPARAÇÃO DO EFEITO DA AMOSTRAGEM NO CÁLCULO DA ENVOLTÓRIA DE
MINÉRIO EM UM DEPÓSITO SINTÉTICO DE COBRE**

Thomás Gervásio Coelho



Orientador: Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha



IGc-Instituto de Geociências



Comparação do efeito da amostragem no cálculo da
envoltória de minério em um depósito sintéti

M27106

MONOGRAFIA DE TRABALHO DE FORMATURA

(TF-2016 / 45)

SÃO PAULO

2016

AGRADECIMENTOS

À minha família pelo apoio e paciência;

Ao Prof. Marcelo pela orientação e solicitude ao longo do desenvolvimento do trabalho, assim como aos amigos da sala 105.

À Datamine Latin América pela autorização de uso do programa Studio 3®.

Por último, mas não menos importante, agradeço a todas as pessoas com as quais compartilhei bons momentos nesta trajetória e a tornaram mais feliz. Também aos que estiveram presentes nas horas difíceis, e a Mambo.

RESUMO

O presente trabalho compara o impacto da amostragem no cálculo da envoltória de minério em um depósito sintético de cobre. Para isso são feitas estimativas de envoltória de minério em duas malhas de amostragem diferentes realizadas em uma mesma região a fim de compará-las. Uma amostragem possui 40 metros de espaçamento médio entre as amostras enquanto a outra apresenta 60 metros.

Ambas as amostragens foram codificadas para indicadoras, nas quais se realizaram análise exploratória e estimativa por krigagem de variáveis indicadoras a partir da qual o *grade shell*, ou envoltória de minério, é estimado.

Os *grade shells* estimados diferiram na localização dos blocos de minério e apresentaram uma relevante discrepância entre as regiões NE das envoltórias. Entretanto a geometria geral de ambos e o volume total são similares. Mesmo com resultados semelhantes em volume, a análise exploratória da amostragem de 60 metros foi menos representativa.

ABSTRACT

The present work compares the impact of sampling on the calculation of the grade shell in a synthetic copper deposit. The grade shell estimation is done in two different sample grids executed in the same region in order to compare them. One sampling has an average of 40 meters of spacing between samples while the other has 60 meters.

Both samplings were submitted to indicator codification, then exploratory analysis and indicator kriging estimative, from which the grade shell is estimated.

The estimated grade shells differ in the location of ore blocks and bear a relevant discrepancy between their NE regions. However the overall geometry and total volume of both is similar. Even with similar volumes, the exploratory analysis of the 60 meters sample grid was less representative.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS	2
3. FUNDAMENTAÇÃO BIBLIOGRÁFICA	2
3.1 Métodos de amostragem	2
3.1.1 Amostragem aleatória simples	2
3.1.2 Amostragem aleatória estratificada	2
3.1.3 Amostragem sistemática	3
3.2 Análise estatística	3
3.2.1 Média	3
3.2.2 Mediana	4
3.2.3 Moda	4
3.2.4 Variância	4
3.2.5 Desvio padrão	4
3.2.6 Coeficiente de variação	4
3.2.7 Distribuição de frequência	5
3.3 Análise geoestatística	5
3.3.1 Variável regionalizada	5
3.3.2 Variograma	5
3.3.3 Hipótese Intrínseca	8
3.3.4 Validação cruzada	9
3.3.5 Krigagem	9
4. MATERIAIS E MÉTODOS	10
4.1 Depósito sintético de cobre	10
4.2 Malhas de sondagens	13
4.2.1 Amostragem de 40 metros de espaçamento médio	13
4.2.2 Amostragem de 60 metros de espaçamento médio	13
4.3 Estimativa a envoltória de minério	14
5. RESULTADOS	15
5.1 Análise estatística	15
5.2 Análise geoestatística	18
5.3 Definição da envoltória de minério	24
6. INTERPRETAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	26

7. CONCLUSÕES	27
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	28

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Ilustração evidenciando parâmetros utilizados no cálculo de um variograma experimental (modificado de Pannatier, 1994).	7
Figura 2: Exemplo de variograma experimental obtido a partir da amostragem de 40 metros de espaçamento utilizada neste trabalho.	8
Figura 3: Modelo teórico de variograma típico e suas propriedades. Fonte: Yamamoto (2001).	8
Figura 4: Perfis utilizados para a construção do modelo geológico. Fonte: Takafuji (2015).	10
Figura 5: Perfil do depósito sintético. Unidades de medida lateral e horizontal em metros. Fonte: Takafuji (2015).	11
Figura 6: Mapa geológico do depósito sintético. Fonte: Takafuji (2015).	12
Figura 7: Representação tridimensional (à esquerda) e em planta (à direita) da malha de sondagem de 40 metros de espaçamento, realizada no software Studio3 do Datamine.	13
Figura 8: Representação tridimensional (à esquerda) e em planta (à direita) da malha de sondagem de 60 metros de espaçamento, realizada no software Studio3 do Datamine.	14
Figura 9: Estatísticas dos teores de Cu para a malha regular de 40 metros de espaçamento após a regularização em bancadas de 5 metros.	17
Figura 10: Estatísticas dos teores de Cu para a malha regular de 60 metros de espaçamento após a regularização em bancadas de 5 metros.	17
Figura 11: Variogramas experimentais coplanares e horizontais da malha amostral de 40 metros de espaçamento.	19
Figura 12: Variogramas experimentais coplanares e horizontais da malha amostral de 60 metros de espaçamento.	20
Figura 13: Estereograma em três dimensões em que as linhas ilustram as direções utilizadas para definir o elipsoide que representa a anisotropia da malha de amostragem de 60 metros de espaçamento. O plano representa a atitude da falha inversa que controla a mineralização.	21
Figura 14: Modelos teóricos de variograma ajustados aos variogramas experimentais da malha de amostragem de 40 metros de espaçamento.	21
Figura 15: Modelos teóricos de variograma ajustados aos variogramas experimentais da malha de amostragem de 60 metros de espaçamento.	22
Figura 16: Gráfico de dispersão da validação cruzada realizada para a amostragem de 40 metros.	23

Figura 17: Gráfico de dispersão da validação cruzada realizada para a amostragem de 60 metros.....	24
Figura 18: Estimativa do <i>grade shell</i> para a amostragem de 40 metros de espaçamento em vermelho e para a amostragem de 60 metros em azul.	25
Figura 19: Vista em planta da estimativa do <i>grade shell</i> para a amostragem de 40 metros de espaçamento em vermelho e para a amostragem de 60 metros em azul...	26
Figura 20: Perfis E-W da estimativa do <i>grade shell</i> para a amostragem de 40 metros de espaçamento em vermelho e para a amostragem de 60 metros em azul.	26

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Estatísticas dos teores de Cu para a malha regular de 40 metros de espaçamento.	15
Tabela 2: Estatística dos teores de Cu para a malha regular de 60 m de espaçamento.	15
Tabela 3: Estatísticas descritivas dos teores de Cu para a malha regular de 40 metros de espaçamento após a regularização em bancadas de 5 metros.	16
Tabela 4: Estatísticas descritivas dos teores de Cu para a malha regular de 60 metros de espaçamento após a regularização em bancadas de 5 metros.	16
Tabela 5: Média da variável indicadora para ambas malhas regulares após a regularização em bancadas de 5 metros.	18
Tabela 6: Parâmetros utilizados para o cálculo de variogramas da amostragem de 40 metros de espaçamento.	18
Tabela 7: Parâmetros utilizados para o cálculo de variogramas da amostragem de 60 metros de espaçamento.	18
Tabela 8: Parâmetros utilizados no modelo teórico ajustado aos variogramas calculados a partir amostragem de 40 metros de espaçamento.	22
Tabela 9: Parâmetros utilizados no modelo teórico ajustado aos variogramas calculados a partir amostragem de 60 metros de espaçamento	22
Tabela 10: Definição do modelo de blocos da amostragem de 40 metros.	23
Tabela 11: Definição do modelo de blocos da amostragem de 60 metros.	23
Tabela 12: Parâmetros de vizinhança da amostragem de 40 e 60 metros.	24

1. INTRODUÇÃO

A geologia sempre esteve associada à tentativa de quantificar as características das rochas e materiais estudados. Agrícola em 1556 utilizou de método quantitativo ao realizar o mapeamento mineiro aplicando métodos trigonométricos, e Lyell em 1830 classificou rochas terciárias da Bacia de Paris utilizando métodos estratigráficos-estatísticos ao observar a presença relativa de espécies recentes de moluscos nos estratos (Landim, 2010). Uma prática comum ainda hoje é a estimativa visual de índices de minerais máficos à partir de faces expostas de rocha *in situ*, amostras de mão, ou por análise de lâmina delgada em microscópio, o que considera apenas a pequena área exposta como representativa da distribuição dos minerais em todo o volume da rocha.

A geoestatística trabalha com estimativas considerando amostras coletadas e as suas relações espaciais. Originalmente desenvolvida para uso no campo da mineração, tornou-se útil em uma grande diversidade de áreas como petróleo, hidrogeologia, meio ambiente, geotecnia, agronomia de precisão, oceanografia e reflorestamento (Yamamoto, 2002).

O planejamento da locação das amostras em uma malha de amostragem é influenciada por fatores geológicos econômicos e logísticos. Uma amostragem sistemática e densa é considerada pela literatura a mais indicada para a estimativa de um comportamento regionalizado. Entretanto a execução da campanha de amostragem pode resultar em malhas menos densas ou irregulares devido à fatores como acesso, acidentes geográficos (rios, lagos, topografia), vegetação, etc. (Yamamoto e Landim, 2013). Isto afeta a qualidade da estimativa, a interpretação do modelo geológico e, como consequência, a avaliação de recursos minerais.

A partir da aplicação de métodos geoestatísticos pode ser realizada a estimativa da envoltória de minério (*grade shell*) em um depósito mineral. A envoltória de minério é a delimitação de um volume de rocha de interesse para a exploração mineral utilizando critérios como a presença de determinada litologia ou teores minério acima de dado teor de corte. O volume desta envoltória é diretamente afetado pela locação das amostras. Emery *et al* (2005) afirma que domínios de *grade shell* apresentam deterioração na estimativa devido à incerteza presente nos limites do domínio, onde há menos amostras, o que resulta em classificações errôneas.

2. OBJETIVOS

O presente trabalho de formatura busca aplicar, para duas malhas de amostragem diferentes localizadas em um mesmo depósito sintético de cobre, a estimativa de envoltória de minério. As envoltórias estimadas serão comparadas para quantificar as diferenças que as malhas de amostragem imprimem nos resultados. As duas malhas apresentam espaçamento médio entre amostras de 40 e 60 metros respectivamente.

3. FUNDAMENTAÇÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Métodos de amostragem

Yamamoto e Landim (2013) conceituam que uma amostra representativa em geoestatística é um subconjunto de valores de um fenômeno espacial que deve reproduzir a distribuição e variabilidade espacial do fenômeno por meio do número de pontos e da distribuição dos mesmos no domínio. A amostragem é a seleção de um grupo de indivíduos de uma população a fim de estimar as características da população inteira (Singh e Masuku, 2014).

Existem três principais métodos de amostragem: amostragem aleatória simples, aleatória estratificada e sistemática.

3.1.1 Amostragem aleatória simples

Segundo Yamamoto e Landim (2013), a amostragem aleatória simples baseia-se em todas as unidades constituintes de uma população possuírem a mesma probabilidade de fazer parte da seleção. Esta técnica não apresenta viés e apresenta melhor resultado se a população for homogênea (Singh e Masuku, 2014).

3.1.2 Amostragem aleatória estratificada

A amostragem aleatória estratificada inicia-se pela subdivisão do domínio em estratos ou células de dimensões fixas. Dentro de cada célula, amostras com coordenadas geográficas aleatórias são escolhidas e o ponto é selecionado (Yamamoto e Landim, 2013). Singh e Masuku (2014) afirmam que este método é adequado para coleta de dados se a população é heterogênea.

3.1.3 Amostragem sistemática

Na amostragem sistemática, uma amostra inicial é escolhida aleatoriamente enquanto as amostras subsequentes são selecionadas de uma maneira sistemática (Singh e Masuku, 2014). Yamamoto e Landim (2013) argumentam que, na prática, a escolha do ponto inicial não é aleatória, pois a malha regular costuma ser definida por um responsável utilizando critérios que busquem otimizar a coleta das amostras no domínio.

O método mais indicado para o cálculo de estimativas é a amostragem sistemática, contudo a amostragem aleatória estratificada pode ser mais satisfatória em reproduzir a textura geológica de uma região (Rocha, 2004). A escolha do tipo de amostragem deve ser realizada considerando fatores como objetivos da amostragem, facilidades operacionais, método de operação da mina, disponibilidade financeira, entre outros (Faria *et al.*, 2010). Eventualmente, após a estimativa da variável de interesse ser realizada a partir da amostragem inicial de uma mina, uma segunda etapa de amostragem pode ocorrer, a fim de diminuir a incerteza do modelo de blocos (Koppe, 2009).

3.2 Análise estatística

A base de dados obtida pela amostragem é tratada seguindo a sequência lógica de avaliação de recursos e reservas minerais, que permite a delineação de um corpo de minério, bem como a seleção de um método apropriado para o cálculo de recursos e reservas minerais (Yamamoto, 2001). Após a coleta das amostras é feita a inspeção do banco de dados, a fim de identificar erros e incongruências que possam prejudicar o trabalho.

Seguida a inspeção é realizada a análise estatística para conhecer a distribuição dos valores da variável em questão. Através da estatística descritiva calculamos medidas de tendência central, medidas de dispersão e medidas de forma. Como destacado por Piana *et al.* (2009) a média, mediana e moda são medidas de tendência central, enquanto variância, desvio padrão e coeficiente de variação são medidas de dispersão.

3.2.1 Média

Como pode ser observado em Isaaks e Srivastava (1989), a média é uma medida de tendência central calculada como:

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

Onde μ corresponde à média aritmética dos dados; n corresponde ao número de dados; e x_1, \dots, x_n aos valores dos dados.

3.2.2 Mediana

A mediana é uma medida de tendência central que é obtida através do ponto médio dos valores observados se estes forem organizados em ordem crescente (Isaaks e Srivastava, 1989).

3.2.3 Moda

A moda é o valor ou classe de valores que ocorrem com a maior frequência na base de dados considerados (Isaaks e Srivastava, 1989).

3.2.4 Variância

A variância é uma medida de dispersão que consiste na média da diferença quadrática dos valores observados e a média da população (Isaaks e Srivastava, 1989):

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \quad (2)$$

Onde s^2 corresponde à variância; n corresponde ao número de dados; x_1, \dots, x_n aos valores dos dados; e μ à média da população.

3.2.5 Desvio padrão

O desvio padrão, s , é a raiz quadrada da variância. Costuma ser utilizado no lugar da variância por ser expresso nas mesmas unidades da variável analisada (Isaaks e Srivastava, 1989).

3.2.6 Coeficiente de variação

O coeficiente de variação é a razão do desvio padrão pela média:

$$CV = \frac{s}{\mu} \quad (3)$$

Segundo Isaaks e Srivastava (1989) é uma medida de forma que pode ser utilizada para descrever o formato de uma distribuição, no caso de uma distribuição cujos valores sejam todos positivos. Em um estudo de estimativa, um coeficiente de variação alto, maior que 1, pode indicar a presença de valores erráticos altos na amostragem, que podem causar impacto relevante nas estimativas finais.

3.2.7 Distribuição de frequência

A distribuição de frequência dos valores de uma variável é facilmente observada com a utilização de um histograma, e as características da distribuição em relação à média pode apresentar diferentes assimetrias. Segundo Yamamoto (2001), um histograma pode apresentar assimetria positiva caso a cauda da distribuição esteja à direita da média; pode se apresentar simétrico caso as caudas sejam semelhantes à direita e à esquerda da média; ou com assimetria negativa, caso a cauda de distribuição se localize à esquerda da média.

3.3 Análise geoestatística

A estimativa geoestatística tem por objetivo a modelagem do fenômeno espacial em estudo, ou seja, determinar a distribuição e variabilidade espacial da variável de interesse (Yamamoto e Landim, 2013).

3.3.1 Variável regionalizada

As variáveis que são abordadas em geoestatística são denominadas variáveis regionalizadas e apresentam quatro tipos de informações qualitativas (Yamamoto, 2002):

- Localização: informação da posição da amostra, como coordenadas;
- Suporte: a área ou volume que representa a unidade amostral básica;
- Continuidade: deve existir continuidade da variância espacial de um fenômeno ponto a ponto;
- Anisotropia: a variância espacial do fenômeno observado entre amostras apresenta mudança de comportamento quando observada em diferentes direções.

3.3.2 Variograma

Para descrever a variação no espaço de um fenômeno regionalizado, são utilizados variogramas. Pode-se observar em Rocha (2004) que a função variograma pode ser descrita como:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [Z(x_i + h) - Z(x_i)]^2 \quad (4)$$

Sendo $2\gamma(h)$ a função variograma; $Z(x_i)$ a variável regionalizada localizada no ponto x_i ; $Z(x_i + h)$ a variável regionalizada localizada no ponto $x_i + h$; e n o número de pares de pontos separados por uma distância h .

Segundo Yamamoto e Landim (2013), $\gamma(h)$ é a função semivariograma, entretanto é comum os autores se referirem a um semivariograma como variograma, apesar de considerarem a divisão por dois.

Em Isaaks e Srivastava (1989) são discutidas as terminologias e características de variogramas:

- Amplitude: à medida que a distância entre os pares de amostras aumenta, o valor da variância espacial do variograma correspondente tende a aumentar. Eventualmente o aumento na distância não mais causará o aumento correspondente na variância espacial, e o variograma atingirá o patamar. A distância em que o variograma atinge o patamar é chamada de amplitude;
- Patamar: variância máxima atingida pelo variograma a partir da amplitude;
- Efeito pepita: apesar de o valor da variância espacial para $h = 0$ ser 0, alguns fatores causam uma descontinuidade próximo à origem do variograma. O valor da variância espacial medido imediatamente após a origem e não nulo é denominado efeito pepita.
- Variância espacial: a diferença numérica entre o patamar e o efeito pepita.

Rocha (1999) destaca que os seguintes parâmetros são necessários para o cálculo de um variograma experimental:

- Passo: distância entre duas amostras utilizadas para o cálculo da variância espacial, deve ser compatível com a abertura da malha de amostragem;
- Tolerância do passo: distância que é acrescida e subtraída do passo de forma a definir uma região de tolerância para busca por amostras. Recomendado para malhas irregulares;
- Direção: ângulo que define a direção para o cálculo do variograma experimental. Segundo Yamamoto (2001) é recomendado o uso das direções 0° , 45° , 90° e 135° , e o cálculo do variograma para essas quatro direções mais uma direção vertical é denominado análise exploratória;

- Tolerância angular: ângulo que é acrescido e subtraído da direção de forma a definir uma região de tolerância para busca por amostras. Recomendado para malhas irregulares;
- Largura máxima: distância máxima que a linha formada pela tolerância angular pode se afastar da direção principal do variograma experimental. Antes desta distância máxima, a região de busca por amostras possui um formato triangular em uma amostragem bidimensional e um formato de cone em uma amostragem tridimensional. A partir desta distância máxima, a região de busca por amostras passa a apresentar formato retangular em uma amostragem bidimensional ou cilíndrico em uma amostragem tridimensional;
- Número de passos: número de vezes em que o passo recebe o incremento da distância. O número de passos deve ser o suficiente para que a distância entre amostras não ultrapasse metade da extensão máxima do espaço amostral (campo geométrico).

Os parâmetros podem ser observados na Figura 1.

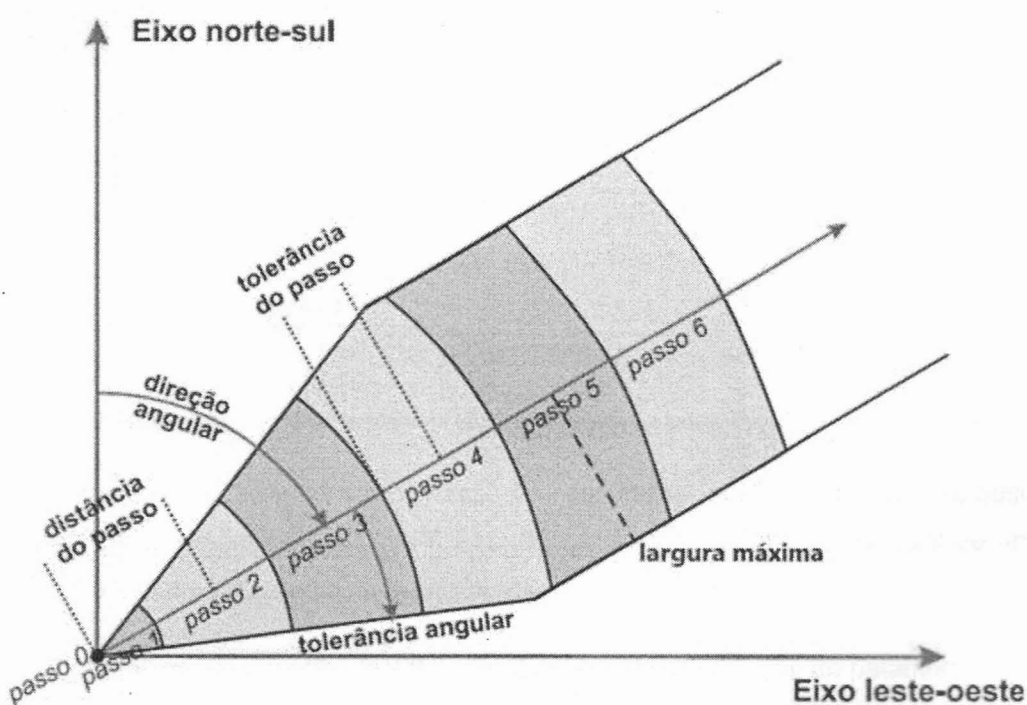


Figura 1: Ilustração evidenciando parâmetros utilizados no cálculo de um variograma experimental (modificado de Pannatier, 1994).

Ao calcular a função variograma para um determinado número de passos em uma determinada direção, obtém-se o variograma experimental. Este pode ser representado em um gráfico com os valores de variância espacial no eixo das

ordenadas e os valores do número de passos no eixo das abscissas, conforme apresentado na Figura 2.

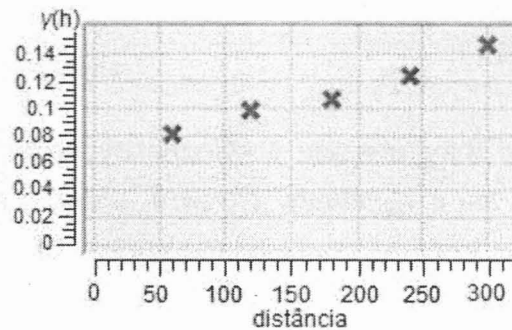


Figura 2: Exemplo de variograma experimental obtido a partir da amostragem de 40 metros de espaçamento utilizada neste trabalho.

Após o cálculo do variograma experimental, é necessário realizar o ajuste de uma função matemática que descreva, de forma contínua, o comportamento da correlação espacial presente nos dados (Yamamoto e Landim, 2013). Esta função é denominada modelo teórico de variograma, cujas características podem ser observadas na Figura 3.

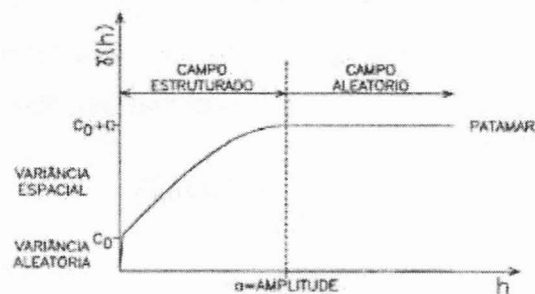


Figura 3: Modelo teórico de variograma típico e suas propriedades. Fonte: Yamamoto (2001).

Rocha (1999) afirma que o cálculo de variogramas em diversas direções busca a identificação de anisotropia, que é a mudança do comportamento espacial de uma variável em diferentes direções. A anisotropia pode ser definida como:

- Zonal: mesma amplitude entre direções, porém há variação do patamar;
- Geométrica: mesmo patamar entre direções, porém há variação da amplitude;
- Mista: patamar e amplitude variam entre direções.

3.3.3 Hipótese Intrínseca

A análise geoestatística busca a obtenção de uma função matemática, o modelo teórico de variograma, que represente o comportamento de uma variável no

espaço. Para a utilização do modelo de variograma é necessário assumir que a Hipótese Intrínseca seja válida. Em Rocha (2004) pode-se observar que a Hipótese Intrínseca afirma que o modelo do variograma é válido para todo o domínio e que a variância espacial depende exclusivamente da direção e distância entre amostras.

3.3.4 Validação cruzada

O método de validação cruzada é utilizado para aferir o ajuste do modelo teórico de variograma e definir a melhor vizinhança a ser utilizada (Takafuji, 2015). Esta técnica baseia-se em estimar um ponto em um local coincidente à uma amostra cujo valor é conhecido mas não considerado na estimativa. Os valores são plotados em um gráfico de dispersão onde o valor real localiza-se no eixo das ordenadas e o valor estimado no eixo das abcissas. Se a relação entre os valores estimados e os valores reais for igual a 1.0 haverá então um ajuste perfeito (Landim, 2010).

3.3.5 Krigagem

A krigagem é um processo geoestatístico de estimativa em locais não amostrados, com base em amostras adjacentes. O sistema de krigagem ordinária é um B.L.U.E. – Best Linear Unbiased Estimator (Isaaks e Srivastava, 1989), ou melhor estimador linear não enviesado. Yamamoto e Landim (2013) mostram que o estimador da krigagem ordinária pode ser escrito como:

$$Z_{KO}^*(x_o) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (5)$$

Sendo $Z_{KO}^*(x_o)$ a função que define o valor da variável estimada pela krigagem ordinária; $Z(x_i)$ o valor da i -ésima amostra vizinha existente considerada pertencente à vizinhança; e λ_i o ponderador relativo à amostra $Z(x_i)$, obtido através da resolução do sistema de equações lineares da krigagem ordinária, que segundo pode ser representado como (Rocha, 1999):

$$\begin{bmatrix} \gamma(x_1, x_1) & \cdots & \gamma(x_1, x_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n, x_1) & \cdots & \gamma(x_n, x_n) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1, x_o) \\ \vdots \\ \gamma(x_n, x_o) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Onde $\gamma(x_n, x_n)$ é a variância espacial entre amostras da vizinhança; $\gamma(x_n, x_o)$ é a variância espacial entre as amostras e o ponto a ser estimado; e μ é o multiplicador de Lagrange.

4. MATERIAIS E MÉTODOS

4.1 Depósito sintético de cobre

Segundo Takafuji (2015), a vantagem de utilização de um depósito sintético de cobre advém de ser impossível o conhecimento exato dos contornos e dos teores de todo um depósito real, o que o torna insatisfatório para a averiguação da qualidade da estimativa considerando-se o efeito da informação.

O desenvolvimento do modelo geológico do depósito sintético é explicado por Takafuji (2015). Foram utilizados 2 perfis geológicos distantes em 600 metros, obtidos a partir de um sítio real de mineração (Figura 4).

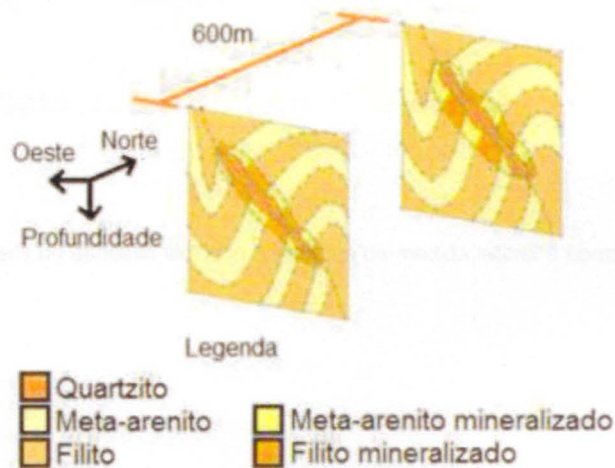


Figura 4: Perfis utilizados para a construção do modelo geológico. Fonte: Takafuji (2015).

O depósito sintético, conforme apresentado no perfil da Figura 5 e no mapa geológico da Figura 6, é composto por uma mineralização de quartzito que advém da percolação de fluidos hidrotermais ricos em sílica que percolaram por uma zona de cisalhamento de direção N-S e mergulho de aproximadamente 45° para L, causando a mineralização de cobre. As rochas encaixantes são uma sequência de camadas decamétricas de meta-arenito e filito que sofreram intenso dobramento anterior ao cisalhamento.

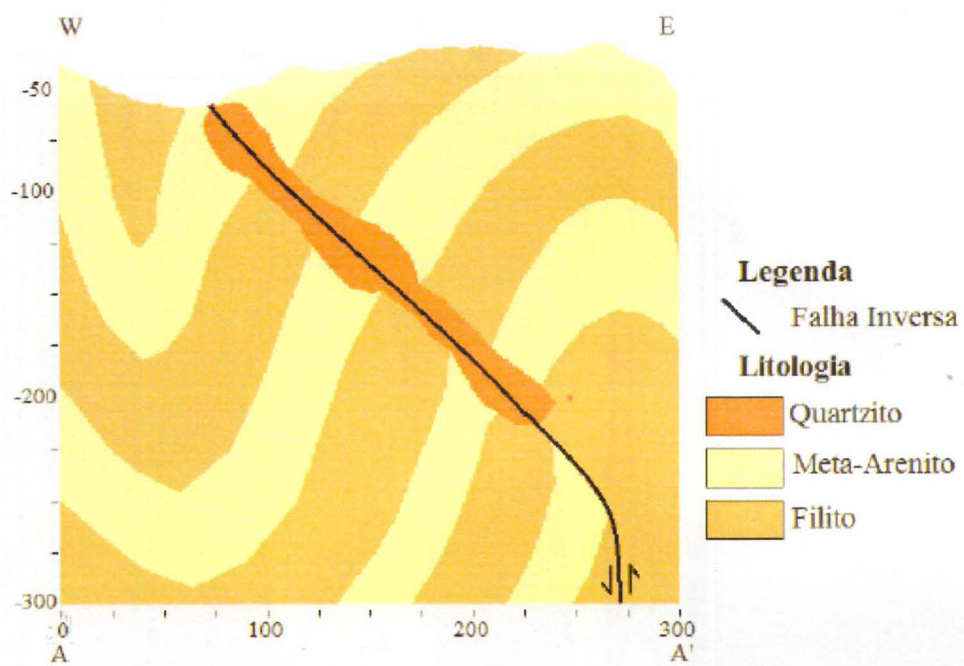


Figura 5: Perfil do depósito sintético. Unidades de medida lateral e horizontal em metros. Fonte: Takafuji (2015).

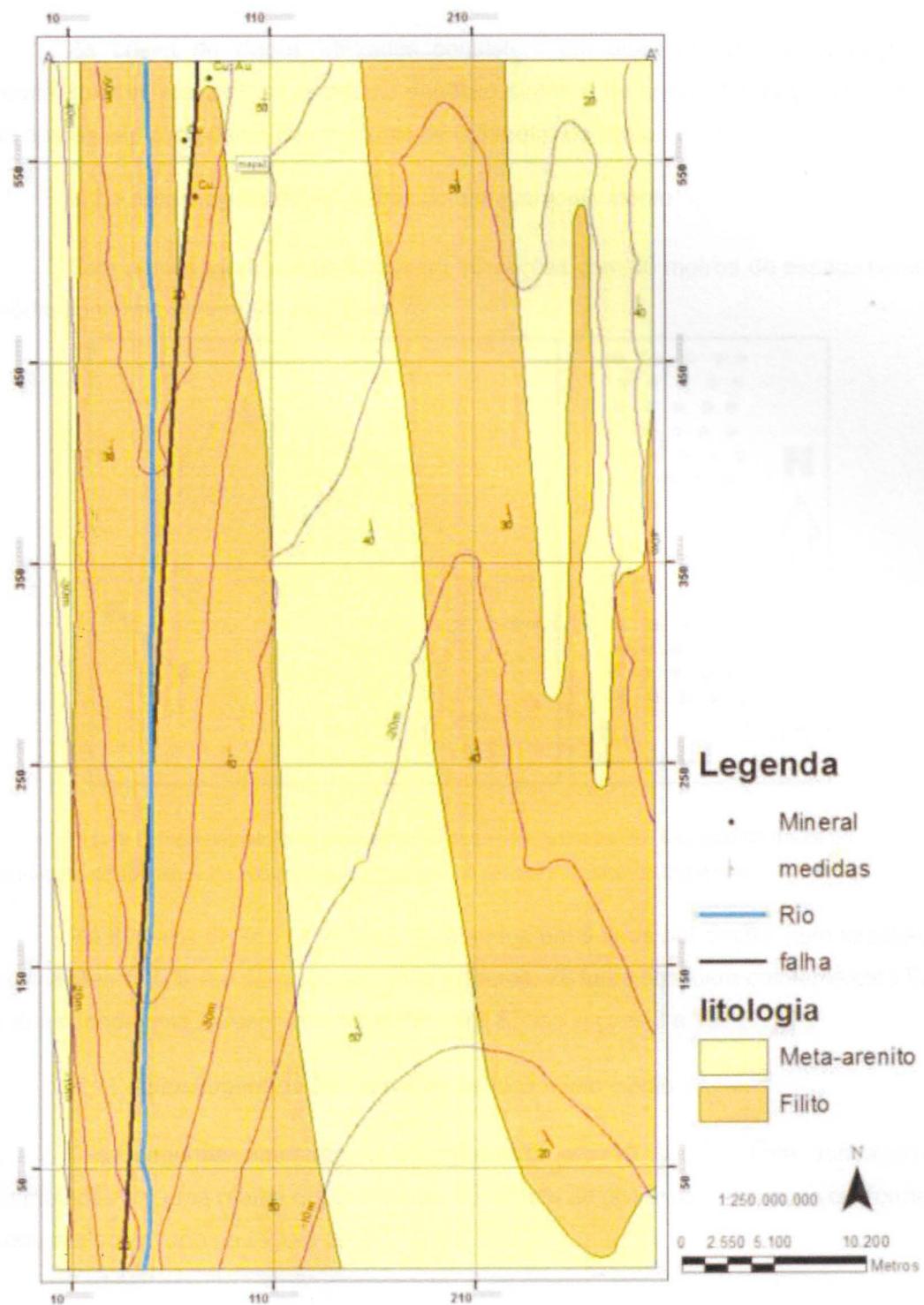


Figura 6: Mapa geológico do depósito sintético. Fonte: Takafuji (2015).

4.2 Malhas de sondagens

As bases de dados utilizadas consistem em duas malhas de sondagem semirregulares realizadas no mesmo depósito sintético de cobre. Os furos de sonda de ambas são compostos por amostras de 0.5 metro de comprimento.

4.2.1 Amostragem de 40 metros de espaçamento médio

Esta amostragem é organizada em 15 seções com 40 metros de espaçamento médio conforme observado na Figura 7.

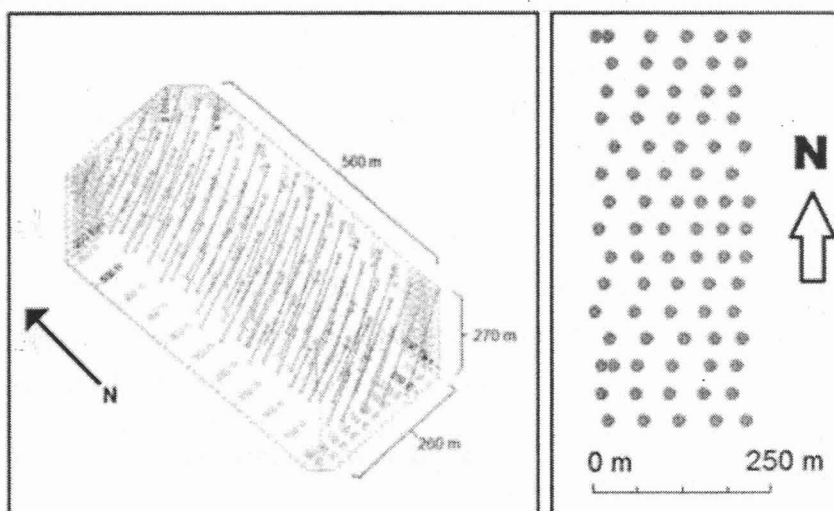


Figura 7: Representação tridimensional (à esquerda) e em planta (à direita) da malha de sondagem de 40 metros de espaçamento, realizada no software Studio3 do Datamine.

Há 80 furos de sonda no total, distribuídos em 5 furos por seção, com exceção das seções 1, 7, 8, 9 e 15 que apresentam 6 furos. 78 furos possuem caimento para W e duas sondagens apresentam mergulho para E, nas seções 3 e 15.

4.2.2 Amostragem de 60 metros de espaçamento médio

Esta segunda amostragem é organizada em 10 seções com sondagens distribuídas em uma malha quadrada com 60 metros de distância entre furos conforme pode ser observado na Figura 8.

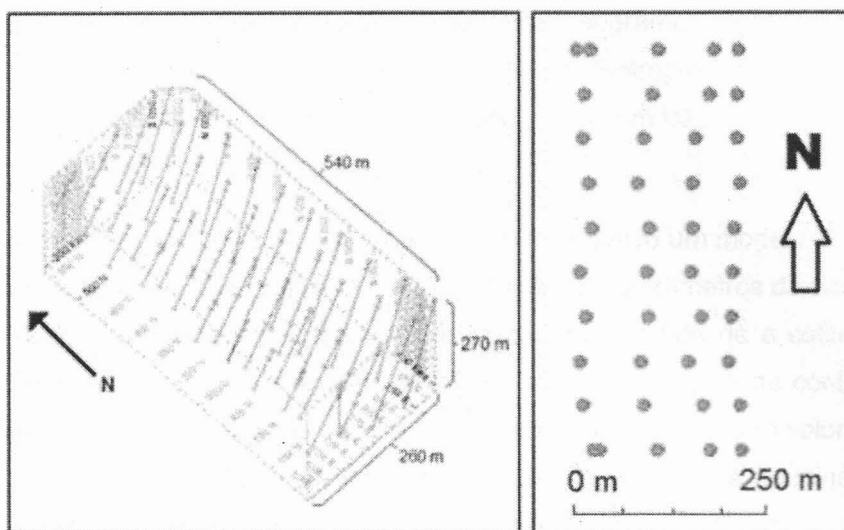


Figura 8: Representação tridimensional (à esquerda) e em planta (à direita) da malha de sondagem de 60 metros de espaçamento, realizada no software Studio3 do Datamine.

Há 42 furos de sonda no total, distribuídos em 8 seções com 4 furos cada e duas seções (seção 1 e 10) que apresentam 5 furos. Do total de sondagens, 40 furos possuem caimento para W e dois apresentam para E.

4.3 Estimativa a envoltória de minério

O cálculo da ou envoltória de minério foi realizado de acordo com as etapas do processo geoestatístico descrito em Yamamoto e Landim (2013).

Primeiro foi realizada a checagem do banco de dados, que busca por eventuais erros e amostras anômalas que possam prejudicar o processo geoestatístico. Em seguida foi realizada a análise estatística, onde foram calculadas estatísticas descritivas de ambas as bases de dados. As amostras foram então regularizadas para 5 metros de altura e a análise estatística foi recalculada.

Para dados com distribuição normal ou que apresentam assimetria negativa não há necessidade de transformação dos dados, e a krigagem ordinária é aplicada diretamente sobre os dados originais (Yamamoto e Landim, 2013). Entretanto ambas as bases de dados apresentam distribuição log-normal e assimetria positiva, e foram então submetidas à codificação de indicadores relativa ao teor de corte de 0.6 % de Cu. Após a codificação foram calculadas as proporções de minério em cada esquema amostral.

Na análise geoestatística foram calculados variogramas em quatro direções para ambas as bases de dados a fim de se identificar anisotropia. Após a identificação da presença de anisotropia foram calculados variogramas em três direções e realizado o ajuste dos modelos teóricos de variograma.

Ambas as amostragens foram analisadas e foi definido um modelo de blocos. A validação cruzada foi então realizada para a definição dos parâmetros de vizinhança a serem utilizados na krigagem das variáveis indicadoras. O fato de a estimativa por krigagem ser realizada em variáveis indicadoras evita o problema da contaminação pela presença de poucos valores altos na interpolação de regiões com valores baixos (Yamamoto e Landim, 2013). Calculada a krigagem, as envoltórias de minério foram definidas considerando apenas os blocos com possibilidade de ser maior do que o teor de corte superior a 50 %.

5. RESULTADOS

5.1 Análise estatística

Na Tabela 1 é possível observar a estatística descritiva dos teores de cobre para a malha de 40 metros de espaçamento, enquanto na Tabela 2 apresenta-se a estatística descritiva para a malha amostral de 60 metros.

Tabela 1: Estatísticas dos teores de Cu para a malha regular de 40 metros de espaçamento.

Amostragem 40 m					
Total de amostras	Teor máximo	Média	Variância	Desvio padrão	Coefficiente de variação
24128	9.255	0.2285	0.1558	0.3947	1.7273

Tabela 2: Estatística dos teores de Cu para a malha regular de 60 m de espaçamento.

Amostragem 60 m					
Total de amostras	Teor máximo	Média	Variância	Desvio padrão	Coefficiente de variação
12672	6.469	0.2129	0.1674	0.4092	1.922

A regularização foi realizada por bancadas de 5 metros de altura. As estatísticas dos dados regularizados são apresentadas na Tabela 3 e Tabela 4.

Tabela 3: Estatísticas descritivas dos teores de Cu para a malha regular de 40 metros de espaçamento após a regularização em bancadas de 5 metros.

Amostragem 40 m regularizada					
Total de amostras	Teor máximo	Média	Variância	Desvio padrão	Coeficiente de variação
2379	4.3736	0.2329	0.144	0.3794	1.629

Tabela 4: Estatísticas descritivas dos teores de Cu para a malha regular de 60 metros de espaçamento após a regularização em bancadas de 5 metros.

Amostragem 60 m regularizada					
Total de amostras	Teor máximo	Média	Variância	Desvio padrão	Coeficiente de variação
1245	5.8077	0.2171	0.1606	0.4008	1.8461

Comparando as amostragens antes e depois da regularização, observa-se uma variação de +1.9 % na média dos teores da amostragem de 40 metros e de -1.9 % para a amostragem de 60 metros. A baixa variação da média e diminuição da dispersão indica que as bases de dados são representativas dos dados brutos após a regularização em bancadas.

Na Figura 9 apresenta-se o histograma da distribuição dos teores de cobre na amostragem regularizada de 40 metros de espaçamento, enquanto o histograma na Figura 10 se refere à amostragem de 60 metros regularizada. É possível observar que ambas mantêm a assimetria positiva e a distribuição log-normal típica de dados de depósitos minerais de cobre. Em ambos os casos é possível observar uma mistura de populações, provavelmente relacionado à amostras coletadas em rochas de minério e estéril.

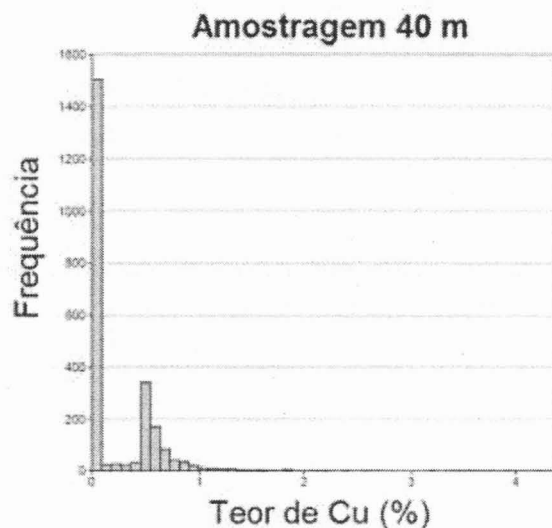


Figura 9: Estatísticas dos teores de Cu para a malha regular de 40 metros de espaçamento após a regularização em bancadas de 5 metros.

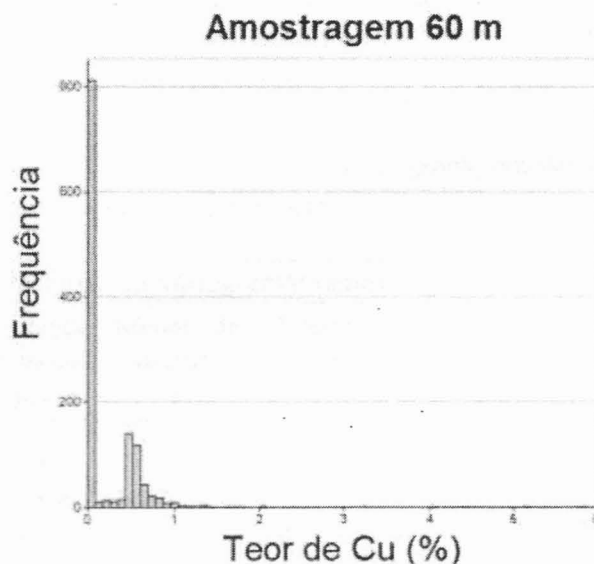


Figura 10: Estatísticas dos teores de Cu para a malha regular de 60 metros de espaçamento após a regularização em bancadas de 5 metros.

Para este trabalho a variável cobre foi submetida à codificação de indicadores, conforme:

$$\begin{cases} f_{Ind}(x_n) = 1 & \text{para } x_n \geq 0.6 \\ f_{Ind}(x_n) = 0 & \text{para } x_n < 0.6 \end{cases} \quad (7)$$

Onde $f_{Ind}(x_n)$ é a função variável indicadora e x_n é o teor de cobre da amostra. Amostras que possuem valor acima ou igual ao teor de corte 0.6 % têm seu valor

codificado para 1, enquanto valores abaixo do teor de corte abaixo são codificados para 0.

Na Tabela 5 são apresentadas as proporções de amostras acima do teor de corte para as malhas de sondagem de 40 metros e 60 metros de espaçamento, respectivamente.

Tabela 5: Proporções da variável indicadora para ambas malhas após a regularização em bancadas de 5 metros.

	Amostragem 40 m	Amostragem 60 m
Média	12.78 %	10.04 %

5.2 Análise geoestatística

A análise geoestatística iniciou-se pela análise exploratória e os parâmetros utilizados para o cálculo de variograma malha de 40 metros e 60 metros encontram-se definidos nas Tabelas 6 e 7, respectivamente.

Tabela 6: Parâmetros utilizados para o cálculo de variograma nas direções horizontais 0°, 45°, 90° e 135° da amostragem de 40 metros de espaçamento.

Parâmetros dos variogramas (amostragem de 40 m)					
Passo:	Tolerância do passo:	Número de passos:	Tolerância horizontal:	Tolerância vertical:	Largura máxima:
40 m	20 m	8	22.5	0	200 m

Tabela 7: Parâmetros utilizados para o cálculo de variograma nas direções horizontais 0°, 45°, 90° e 135° da amostragem de 60 metros de espaçamento.

Parâmetros dos variogramas (amostragem de 60 m)					
Passo:	Tolerância do passo:	Número de passos:	Tolerância horizontal:	Tolerância vertical:	Largura máxima:
60 m	30 m	5	22.5	0	200 m

Para determinar o valor do tamanho do passo foi observada a distância média entre os perfis de sondagem, enquanto a tolerância do passo utiliza metade deste valor. Para o número de passos foi considerado o campo geométrico de cada domínio. Para a amostragem de 40 metros, o campo geométrico do domínio é 310 metros. Como a largura do passo é de 40 metros, o número de passos ideal é 8. Para a amostragem de 60 metros o campo geométrico é de 300 metros. Como o passo

possui 60 metros serão necessários 5 passos. A tolerância angular na horizontal é de 22.5° para que não sejam consideradas amostras muito distantes da direção a ser calculada. A largura máxima de 200 metros é um limite estipulado para o diâmetro do cone de busca por amostras, evitando assim a inclusão de amostras não representativas.

Mostra-se na Figura 11 o variograma para as quatro direções coplanares horizontais utilizados para a análise exploratória da amostragem de 40 metros de espaçamento.

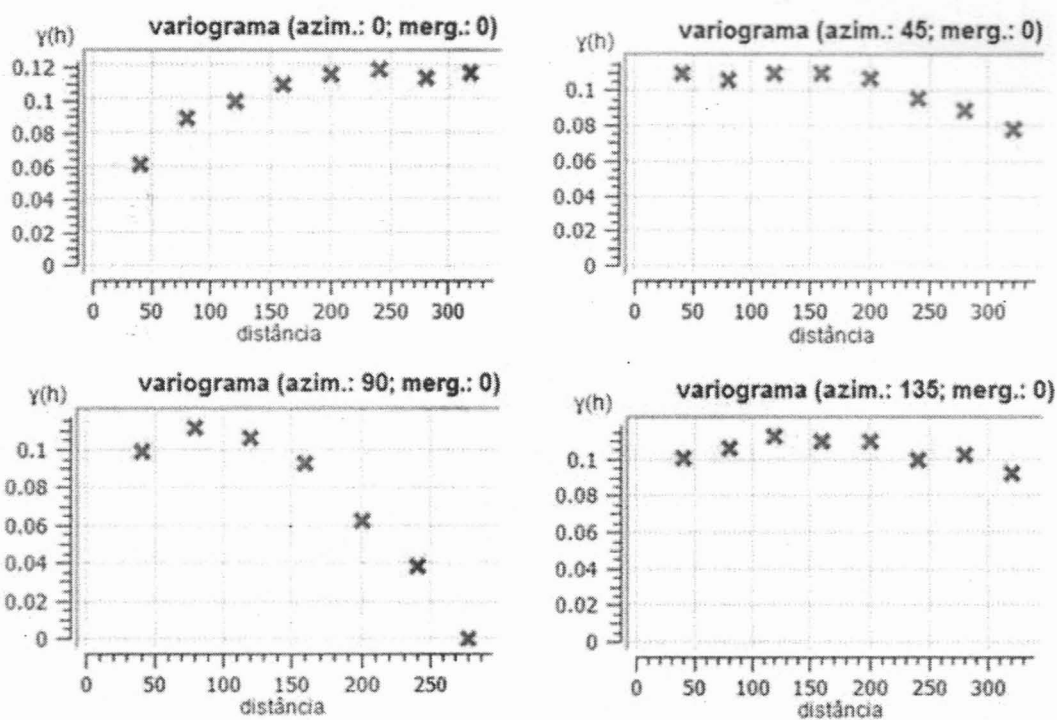


Figura 11: Variogramas experimentais coplanares e horizontais da malha amostral de 40 metros de espaçamento.

A partir da análise dos gráficos identifica-se a anisotropia mista cujo eixo principal da elipse que a representa possui azimuth e mergulho iguais a 0° .

A análise exploratória da amostragem de 60 metros de espaçamento resultou no variograma apresentado na Figura 12.

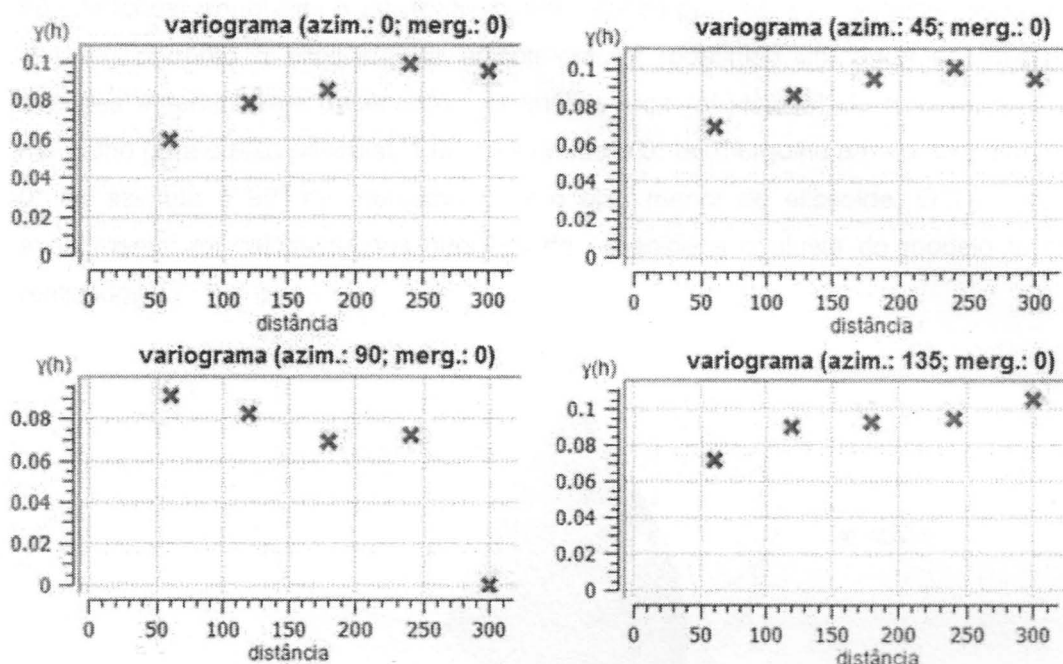


Figura 12: Variogramas experimentais coplanares e horizontais da malha amostral de 60 metros de espaçamento.

Para esta amostragem interpretou-se anisotropia mista com eixo principal da elipse que a representa no azimute de 45° e mergulho igual a 0° .

Em Takafuji (2015) é possível observar que a geologia da região exerce um forte controle estrutural na distribuição do minério de cobre, que se encontra principalmente localizado ao longo do plano de uma falha inversa com 0° de azimute e 45° de mergulho para leste. Entretanto a identificação da direção principal da anisotropia foi realizada a partir de variogramas horizontais e coplanares. Portanto foram realizadas projeções dos pares de direções (direção principal e a coplanar ortogonal) sobre o plano da falha.

Por esta razão interpreta-se que o elipsoide que representa a anisotropia será mais bem posicionada, para a malha de 40 metros, com o eixo maior no azimute 0° e mergulho 0° ; eixo médio em azimute 90° e mergulho 45° ; e eixo menor em azimute 270° e mergulho 45° . O variograma experimental foi recalculado para estas três direções.

Para a malha de 60 metros houve a tentativa de utilizar as projeções das direções de azimute 45° e 135° sobre o plano da falha que controla a mineralização, conforme ilustrado na Figura 13. Este elipsoide foi definido com o eixo maior no azimute 45° e 35° de mergulho; eixo médio em 135° e 35° de mergulho; e eixo menor em azimute 270° e 45° de mergulho e o variograma experimental foi calculado nestas

três direções. Entretanto o ajuste do modelo teórico para este variograma mostrou-se inviável, portanto o elipsoide de anisotropia foi redefinido utilizando as melhores direções anteriormente observadas na análise exploratória: 45° de azimuth e 0° de mergulho para o eixo principal; 135° de azimuth e 0° de mergulho para o eixo médio; e 0° de azimuth e 90° de mergulho para o eixo menor do elipsoide. O variograma experimental foi calculado nas direções do elipsoide e o ajuste do modelo teórico realizado.

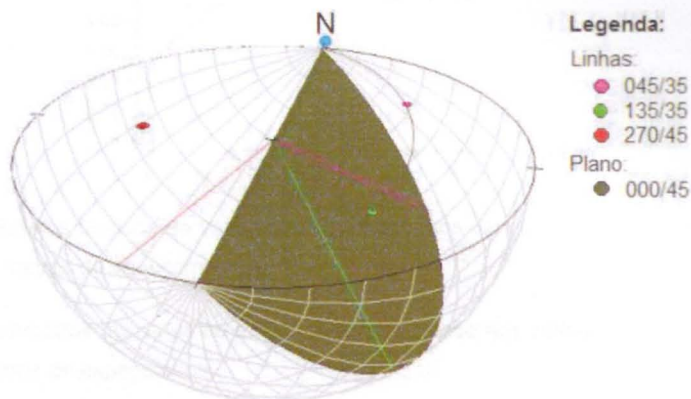


Figura 13: Estereograma em três dimensões em que as linhas ilustram as direções utilizadas para definir o elipsoide que representa a anisotropia da malha de amostragem de 60 metros de espaçamento. O plano representa a atitude da falha inversa que controla a mineralização.

A modelagem dos variogramas experimentais pode ser observada na Figura 14 e Figura 15. Para o ajuste dos modelos teóricos dos variogramas foram utilizados os parâmetros apresentados na Tabela 8 e na Tabela 9.

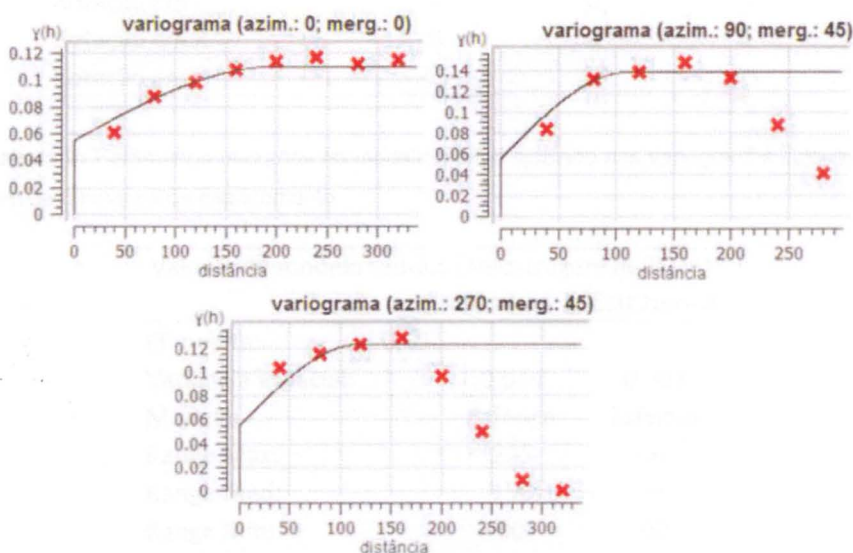


Figura 14: Modelos teóricos de variograma ajustados aos variogramas experimentais da malha de amostragem de 40 metros de espaçamento.

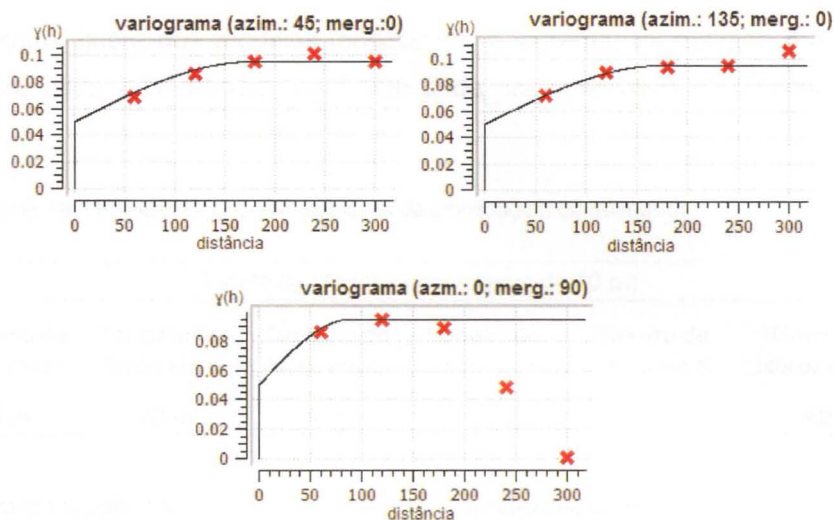


Figura 15: Modelos teóricos de variograma ajustados aos variogramas experimentais da malha de amostragem de 60 metros de espaçamento.

Tabela 8: Parâmetros utilizados no modelo teórico ajustado aos variogramas calculados a partir amostragem de 40 metros de espaçamento.

Valores do modelo teórico (amostragem de 40 m)			
	Estrutura 1	Estrutura 2	Estrutura 3
Ef. pepita:	0.055		
Variância espacial:	0.055	0.013	0.015
Modelo:	Esférico	Esférico	Esférico
Range Max:	205	∞	∞
Range Med:	120	120	∞
Range Min:	100	100	100
Rotação em Z	0	0	0
Rotação em X	0	0	0
Rotação em Y	45	45	45

Tabela 9: Parâmetros utilizados no modelo teórico ajustado aos variogramas calculados a partir amostragem de 60 metros de espaçamento

Valores do modelo teórico (amostragem de 60 m)		
	Estrutura 1	Estrutura 2
Ef. pepita:	0.05	
Variância espacial:	0.044	0.001
Modelo:	Esférico	Esférico
Range Max:	225	∞
Range Med:	150	∞
Range Min:	90	90
Rotação em Z	0	0
Rotação em X	0	0
Rotação em Y	0	0

Após o ajuste dos modelos teóricos de variograma, foi definido o modelo de blocos para cada amostragem, conforme pode ser observado na Tabela 10 e na Tabela 11.

Tabela 10: Definição do modelo de blocos da amostragem de 40 metros.

Modelo de blocos (amostragem de 40 m)					
Tamanho do bloco em X:	Tamanho do bloco em Y:	Tamanho do bloco em Z:	Número de blocos em X:	Número de blocos em Y:	Número de blocos em Z:
25 m	20 m	5 m	16	32	60

Tabela 11: Definição do modelo de blocos da amostragem de 60 metros.

Modelo de blocos (amostragem de 60 m)					
Tamanho do bloco em X:	Tamanho do bloco em Y:	Tamanho do bloco em Z:	Número de blocos em X:	Número de blocos em Y:	Número de blocos em Z:
35 m	30 m	5 m	7	20	51

A validação cruzada dos parâmetros de vizinhança foi realizada utilizando os dados não codificados de ambas as amostragens (Figura 16 e Figura 17), e os parâmetros de vizinhança são apresentados na Tabela 12. Foi obtido coeficiente de correlação 0.8538 para a amostragem de 40 metros e de 0.8439 para a amostragem de 60 metros.

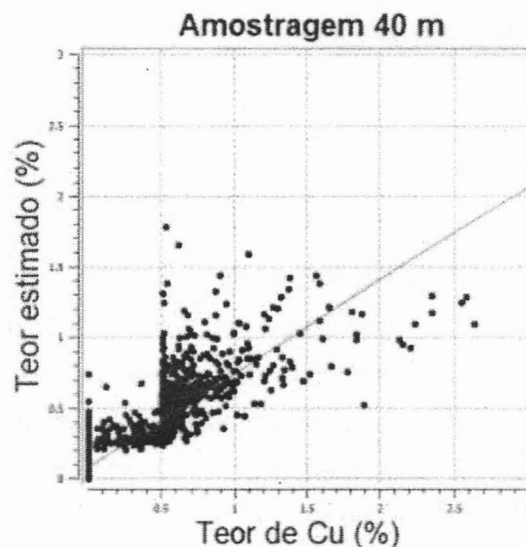


Figura 16: Gráfico de dispersão da validação cruzada realizada para a amostragem de 40 metros.

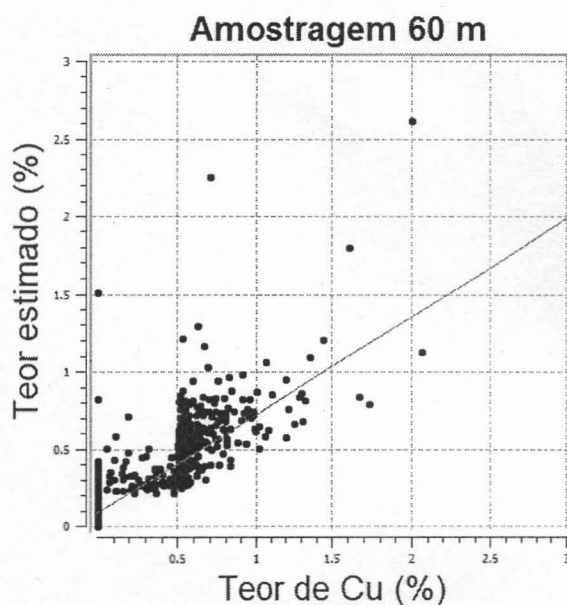


Figura 17: Gráfico de dispersão da validação cruzada realizada para a amostragem de 60 metros.

Tabela 12: Parâmetros de vizinhança das amostragens de 40 e 60 metros.

Parâmetros de vizinhança (amostragens de 40 m e 60 m)			
Mín	Máx	Mínimo por octante	Máximo por octante
1	10	1	3

Após a validação cruzada foi realizada a krigagem ordinária a partir das variáveis indicadoras de ambas as bases de dados, realizada utilizando as amplitudes dos modelos teóricos dos variogramas para definir o elipsoide de busca, de forma que este seja igual ao elipsoide que define a anisotropia. Na amostragem de 40 metros o elipsoide de busca foi rotacionado em 45° no eixo Y para coincidir com a orientação do elipsoide da anisotropia.

5.3 Definição da envoltória de minério

O resultado da krigagem é composto por blocos que indicam a possibilidade do mesmo ser considerado minério, ou seja, apresentar teor de Cu acima ou igual ao teor de corte. Então o *grade shell* foi definido para ambas as bases de dados (Figura 18, Figura 19 e Figura 20), utilizando apenas os blocos que apresentam probabilidade acima ou igual a 50 % de ser minério. A envoltória de minério da amostragem de 40 metros possui 1795 blocos e 4.487.500 m³ e o da amostragem de 60 metros possui 850 blocos e 4.462.500 m³.

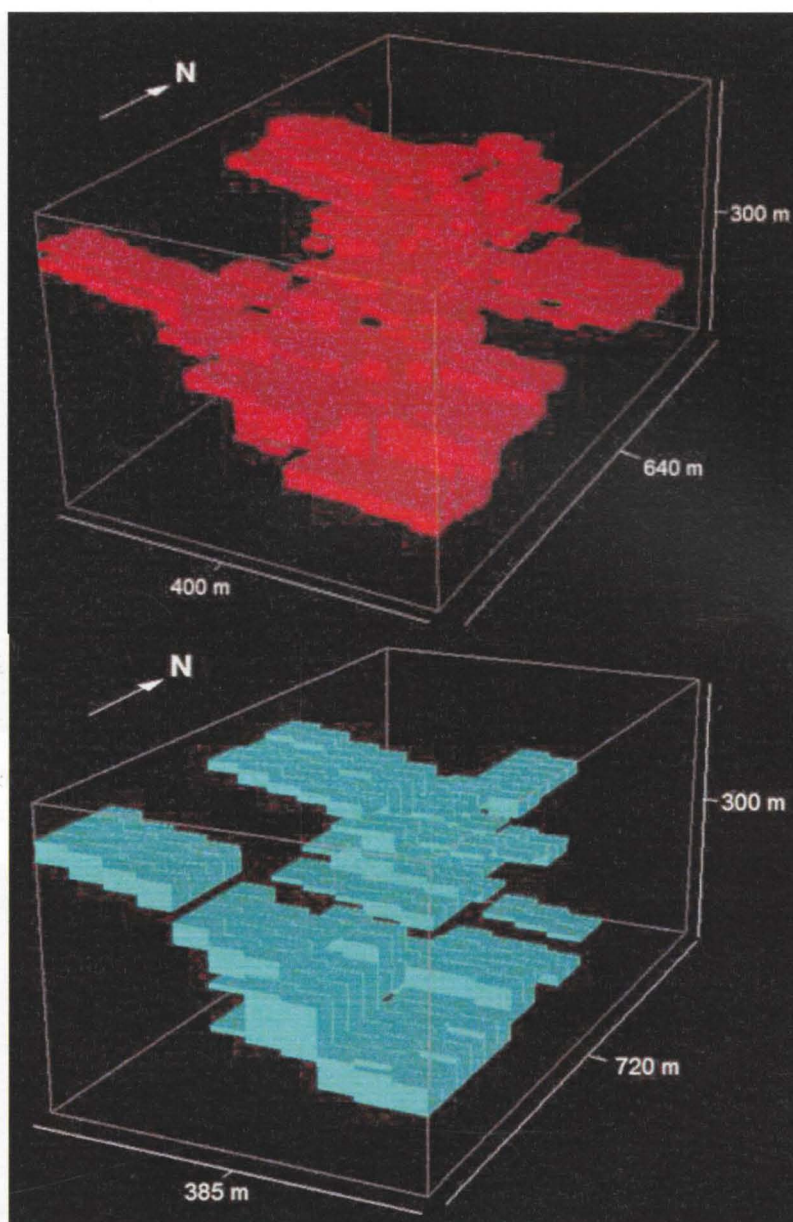


Figura 18: Estimativa do *grade shell* para a amostragem de 40 metros de espaçamento em vermelho e para a amostragem de 60 metros em azul.

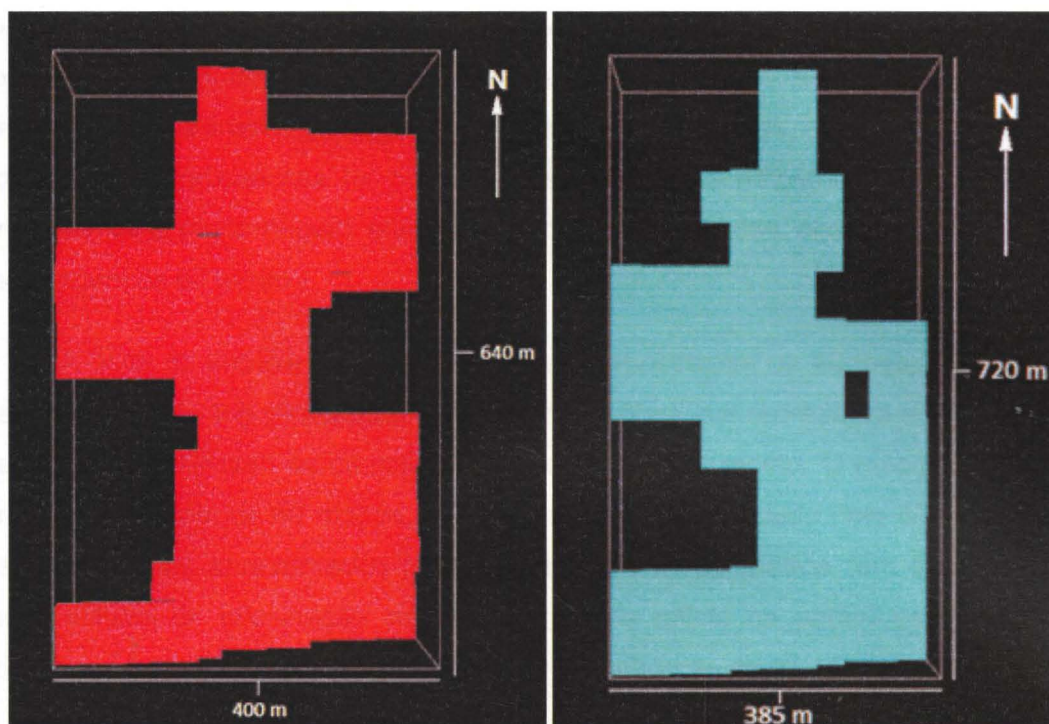


Figura 19: Vista em planta da estimativa do *grade shell* para a amostragem de 40 metros de espaçamento em vermelho e para a amostragem de 60 metros em azul.

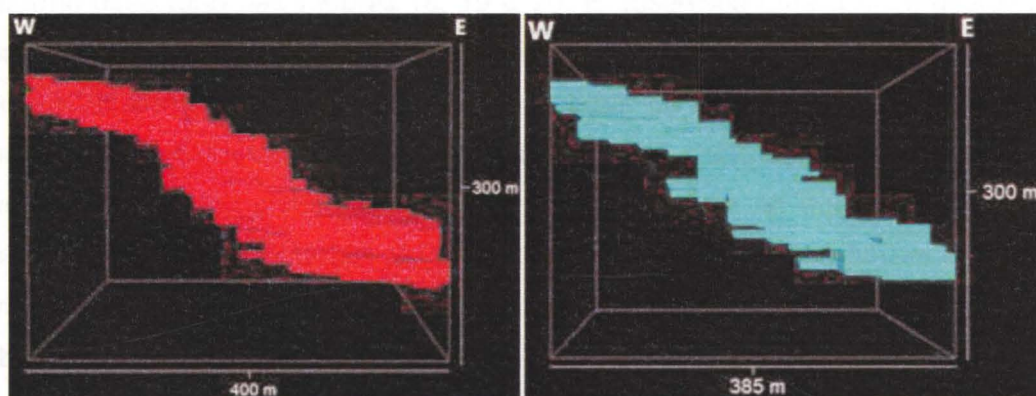


Figura 20: Perfis E-W da estimativa do *grade shell* para a amostragem de 40 metros de espaçamento em vermelho e para a amostragem de 60 metros em azul.

6. INTERPRETAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A amostragem de 40 metros de espaçamento médio apresenta 80 furos e a de 60 metros contém 42 furos, o total de amostras coletadas foi de 24128 e 12672 respectivamente, e esta diferença no total de amostras influencia na qualidade das estimativas.

Apesar da relevante queda no número de amostras, as estatísticas descritivas mostram uma pequena variação, o que permite considerar as amostragens como representativas do depósito. A regularização em bancadas de 5 metros de altura manteve o comportamento log-normal típico de ambas as amostragens. Após a codificação de indicadores foi possível observar que a amostragem de 40 metros apresenta uma porcentagem maior de amostras codificadas com minério do que a amostragem de 60 metros.

A partir da análise geoestatística para a amostragem de 40 metros concluiu-se que 0° de azimuth é a direção do eixo maior da elipse que representa a anisotropia, o que é concordante com as características geológicas da região. O mesmo não ocorre para a amostragem de 60 metros, cujo eixo maior foi identificado com 45° de azimuth. Esses problemas apresentados pela amostragem de 60 metros têm ligação com o menor volume de informação coletada o que se reflete na pouca estruturação do variograma experimental dificultando a plena identificação da anisotropia.

As envoltórias de minério estimadas a partir de ambas as amostragens apresentam volume e formato similar, mas o posicionamento de muitos blocos difere, conforme observado nas Figuras 18, 19 e 20. É observada uma grande diferença da estimativa de blocos de minério que ambas as amostragens apresentam na região nordeste do domínio. A envoltória gerada a partir da amostragem de 60 metros de espaçamento considerou a maior parte da região NE como estéril, enquanto a outra envoltória considerou como minério. Isto também se deve ao fato de envoltórias de minério apresentarem deterioração na estimativa dos blocos nos limites do domínio devido à incerteza causada pela presença de menos amostras, e a amostragem de 60 metros, por ser menos densa, está mais vulnerável a este problema do que a outra.

7. CONCLUSÕES

Ambos os *grade shells* estimados apresentam volume muito similar, entretanto a realização da amostragem mais espaçada gerou consequências negativas à estimativa da envoltória de minério: causou a identificação de um elipsoide de anisotropia menos representativo; gerou uma envoltória de minério que considerou estéril a região NE do domínio, sendo que a mesma foi considerada minério pelo *grade shell* da outra amostragem; além de diferenças menores no posicionamento dos blocos de minério pelo domínio.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Emery, X., Ortiz, J. M. (2005). Estimation of mineral resources using grade domains: critical analysis and a suggested methodology. *The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 105(4), 247-256.
- Faria Junior, A., Tomi, G., Sant'Agostino, L. M., Costa, J. F. C. L. (2010). O impacto do tipo de amostragem no controle de qualidade na lavra. *Rem: Revista Escola de Minas*, 62(2), 385-392.
- Isaaks, E. H., Srivastava, R. M. (1989). *An introduction to applied geostatistics*. Oxford: Oxford University Press.
- Koppe, V. C. (2009). *Metodologia para comparar a eficiência de alternativas para disposição de amostras*. Tese (doutorado). Porto Alegre: Escola de Engenharia, UFRS.
- Landim, P.M.B. (2010). Introdução à análise estatística de dados geológicos multivariados. *DGA, IGCE, UNESP/Rio Claro, Texto Didático 15*, 229 pp. Acesso em 26 de fevereiro de 2016, Disponível em <<http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/textodi.html>>.
- Pannatier, Y. (1994). MS-WINDOWS programs for estimation smoothing in kriging. *Mathematical Geology*, 28(4): 407-417.
- Piana, C. F. B., Machado, A. A., Selau, L. P. R. (2009). *Estatística Básica Versão Preliminar*. Pelotas: Universidade Federal de Pelotas, Instituto de Física e Matemática, Departamento de Matemática e Estatística.
- Rocha, M. M. (1999). *Estudo comparativo entre métodos computacionais de avaliação de reservas e controle de teores da Mina de Capanema, Santa Bárbara, MG*. Dissertação (mestrado), Instituto de Geociências, USP.
- Rocha, M. M. (2004). *Análise do impacto dos métodos de amostragem na reprodução da textura geológica com base em diferentes distribuições estatísticas*. Tese (doutorado). São Paulo: Instituto de Geociências, USP.
- Singh, A. S., Masuku, M. B. (2014). Sampling techniques & determination of sample size I applied statistics research: an overview. *International Journal of Economics, Commerce and Management*, vol. II, 11.
- Takafuji, E. H. M. (2015). *Estudo comparativo entre a simulação sequencial gaussiana e a simulação baseada em wavelets aplicado a quantificação de minério de Cu em um depósito sintético*. Dissertação (mestrado). São Paulo: Instituto de Geociências, USP.
- Yamamoto, J. K. (2001). *Avaliação e Classificação de Reservas Minerais*. São Paulo: Universidade de São Paulo, Edusp.

Yamamoto, J. K. (2002). Curso de geoestatística aplicada. São Paulo: Universidade de São Paulo, Instituto de Geociências, Departamento de Geologia Sedimentar e Ambiental. Material didático IGc USP.

Yamamoto, J. K., Landim, P. M. B. (2013). Geoestatística: Conceitos e Aplicações. São Paulo: Oficina de Textos.

